

TEMA 7

SISTEMA AXONOMETRICO

1. AXONOMETRICO.....	2
2. FUNDAMENTOS Y DEFINICIONES.....	2
2.1 EJES Y PLANOS DE COORDENADAS.....	2
2.2 FUNDAMENTO DEL SISTEMA AXONOMETRICO.....	3
3. ESCALAS GRAFICAS DE REDUCCION.....	7
4. SISTEMA ISOMETRICO.....	9
5. TRAZADO DE ISOMETRIAS.....	10
6. PERSPECTIVA ISOMETRICA DE LA CIRCUNFERENCIA.....	14
6.1 ISOMETRICO SIN REDUCCION.....	14
6.2 TRAZADO ISOMETRICO DE CIRCUNFERENCIAS.....	16
6.3 TRAZADO ISOMETRICO DE CILINDROS.....	18

TEMA 7.

SITEMA AXONOMETRICO

1. AXONOMETRICO.

Axonométrico significa: **Medida sobre los ejes.**

El **sistema de proyección axonométrico** esta basado en un único plano de proyección donde se proyecta un objeto y unos ejes de coordenadas asociados a dicho objeto.

La proyección utilizada puede ser **cilíndrica ortogonal**, llamándose la proyección simplemente **axonométrica**, o **cilíndrica oblicua** y se llama sistema **axonométrico oblicuo** dentro del cual tenemos los subsistemas de proyección **caballera y militar**.

2. FUNDAMENTOS Y DEFINICIONES.

2.1 EJES Y PLANOS DE COORDENADAS.

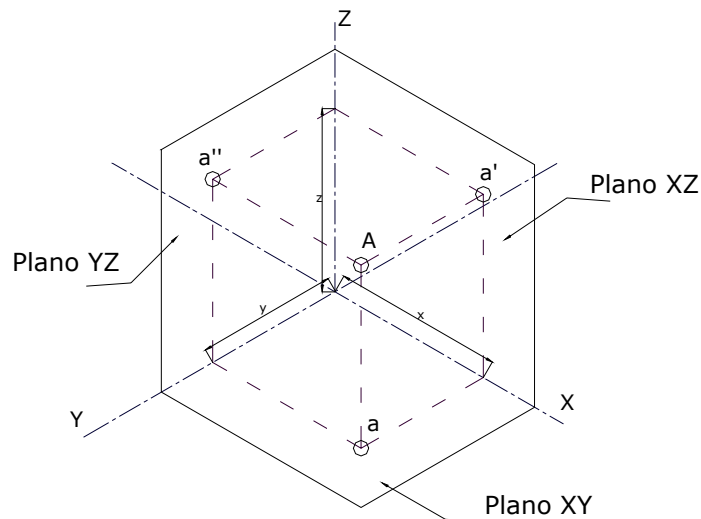
Un sistema de ejes y planos de coordenadas ortogonales es el definido por tres ejes X,Y,Z, perpendiculares entre si, de manera que se puede proyectar ortogonalmente un punto A, del espacio, sobre cada uno de los ejes obteniéndose las proyecciones a, a', a".

-. El plano XOY, formado por los ejes XY, se llama plano **horizontal** de proyección y su proyección es **a**.

-. El plano YOZ, formado por los ejes YZ, se llama plano **de perfil** de proyección y su proyección es **a'**.

EXPRESIÓN GRÁFICA.

- El plano XOZ, formado por los ejes XZ, se llama plano **vertical** de proyección y su proyección es **a''**.



Como ya sabemos las direcciones de proyección serán paralelas al eje que no define al plano de proyección.

El punto proyectado y sus proyecciones definen un paralelepípedo de aristas perpendiculares entre sí y paralelas a los ejes de proyección y las longitudes de cada una de estas aristas se corresponden con los valores de las coordenadas x, y, z, del punto A con respecto a los ejes coordenados OXYZ. De esta manera, definido el sistema coordenado OXYZ y conocido el valor de las coordenadas de un punto x, y, z, el punto queda totalmente determinado.

2.2 FUNDAMENTO DEL SISTEMA AXONOMETRICO.

Todo lo anterior hay que trasladarlo a una representación plana bidimensional, el papel y para eso se recurre a la proyección.

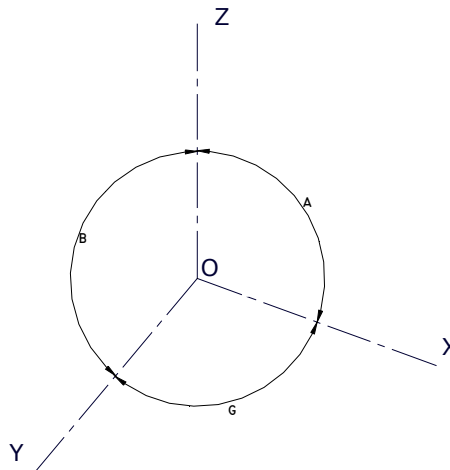
Al hablar de proyección se deberá tener en cuenta algunos puntos:

EXPRESIÓN GRÁFICA.

1.- Cuando se proyectan los ejes sobre la superficie o plano de proyección estas proyecciones forman entre sí ángulos (α, β, γ) , que pueden, en principio, tomar cualquier valor, dependiendo de la orientación en el espacio que pueda darse a los ejes.

2.- La suma de dichos ángulos valdrá

$$\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ.$$

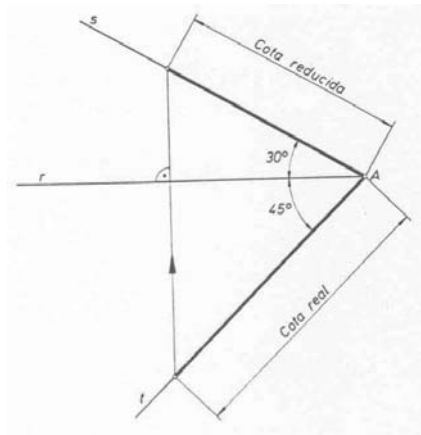


3.- En un sistema diédrico la proyección de una recta, cuando esta proyección se hace de forma ortogonal, tiene siempre una longitud igual o menor que su valor real en el espacio. Lo mismo ocurre cuando se toma el sistema de ejes coordenados OXYZ y se proyecta ortogonalmente.

4.- A la relación que existe entre la longitud, real, sobre un eje y la proyección correspondiente se llama **coeficiente de reducción** de ese eje.

5.- Los valores de los coeficientes de reducción están restringidos por la relación siguiente:

$$R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 = 2.$$



6.- Al aplicar un sistema axonométrico hay que tener en cuenta que:

- Los ejes proyectados forman ángulos entre sí.
- Sobre cada eje proyectado actúa un coeficiente de reducción.

Tanto los valores de los ángulos como los coeficientes están en tablas y no hace falta calcularlos.

EXPRESIÓN GRÁFICA.

Existen tres variantes fundamentales del sistema axonométrico ortogonal:

- **Trimétrico** $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

$$R_x \neq R_y \neq R_z$$

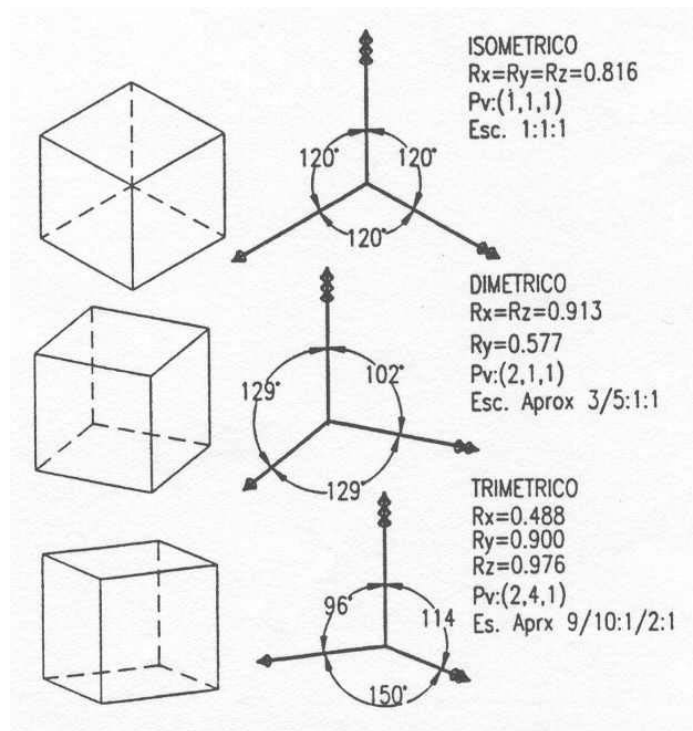
las medidas son diferentes según proyecciones en los ejes.

- **Dimétrico** Dos medidas son iguales y una diferente.

- **Isométrico** $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$

$$R_x = R_y = R_z = 0.816$$

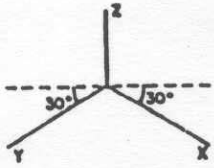
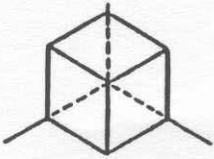
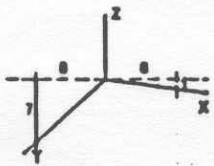
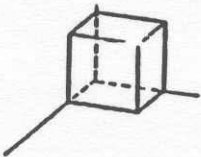
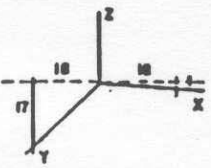
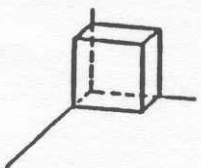
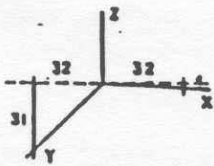
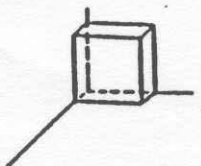
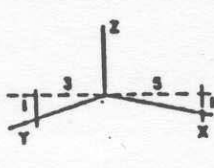
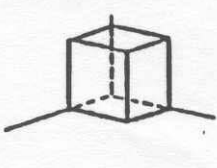
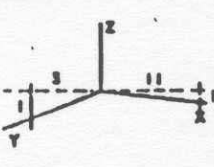
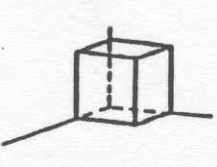
las medidas son iguales para las proyecciones en los tres ejes.



Observando la representación de un cubo en las tres variantes del sistema axonométrico, vemos que las apariencias son diferentes, según la variante escogida.

El valor que resulta de dividir cada uno de los coeficientes de reducción por el valor del mayor es la **relación de escalas axonométricas**.

AXONOMETRIAS MAS USUALES

SUBSISTEMAS	Esquema de ejes	Perspectiva axonométrica (teórica)	Perspectiva axonométrica (práctica)	Dibujo axonométrico de un cubo $L = 1$
ISOMETRIA		$U_x \neq U$ $U_y \neq U$ $U_z \neq U$ $U_x = U_y = U_z$	$U_x = U$ $U_y = U$ $U_z = U$	
DIMETRIA $1=1/2=1$			$U_x = U$ $U_y = 1/2 U$ $U_z = U$	
DIMETRIA $1=1/3=1$		$U_x \neq U$ $U_y \neq U$ $U_z \neq U$ $U_x = U_z \neq U_y$	$U_x = U$ $U_y = 1/3 U$ $U_z = U$	
DIMETRIA $1=1/4=1$			$U_x = U$ $U_y = 1/4 U$ $U_z = U$	
TRIMETRIA $5/6=2/3=1$		$U_x \neq U$ $U_y \neq U$ $U_z \neq U$ $U_x \neq U_y \neq U_z$	$U_x = 5/6 U$ $U_y = 2/3 U$ $U_z = U$	
TRIMETRIA $9/10=1/2=1$			$U_x = 9/10 U$ $U_y = 1/2 U$ $U_z = U$	

U - Unidad de longitud real

U_x - Unidad reducida o escala axonométrica

3. ESCALAS GRAFICAS DE REDUCCION.

Para obtener la reducción correspondiente a cada eje para sistemas dimétricos y trimétricos procedemos de la siguiente manera:

1º- Dibujamos la proyección de los ejes con los ángulos que forman entre ellos.

2º- Ahora para cada par de ejes hacemos lo siguiente:

a) Trazamos una recta perpendicular al eje que no forma el par que estamos estudiando.

b) Prolongamos los ejes del par hasta cortar a la recta en dos puntos.

c) Hallamos el punto medio del segmento anterior.

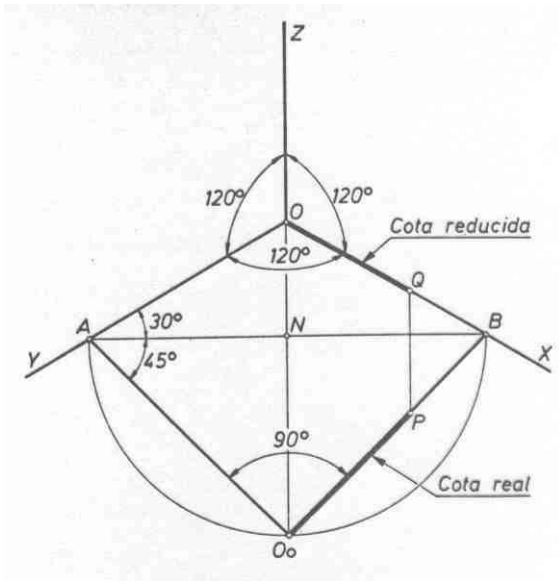
d) Con centro en el punto medio y radio la mitad del segmento trazamos un arco.

e) Prolongamos el tercer eje hasta cortar el arco anterior.

f) Ahora unimos el punto de corte y cada uno de los extremos del segmento, obtenemos así dos segmentos nuevos limitados por el punto de corte y cada uno de los extremos del segmento de e), que corresponden a cada uno de los ejes del par en estudio.

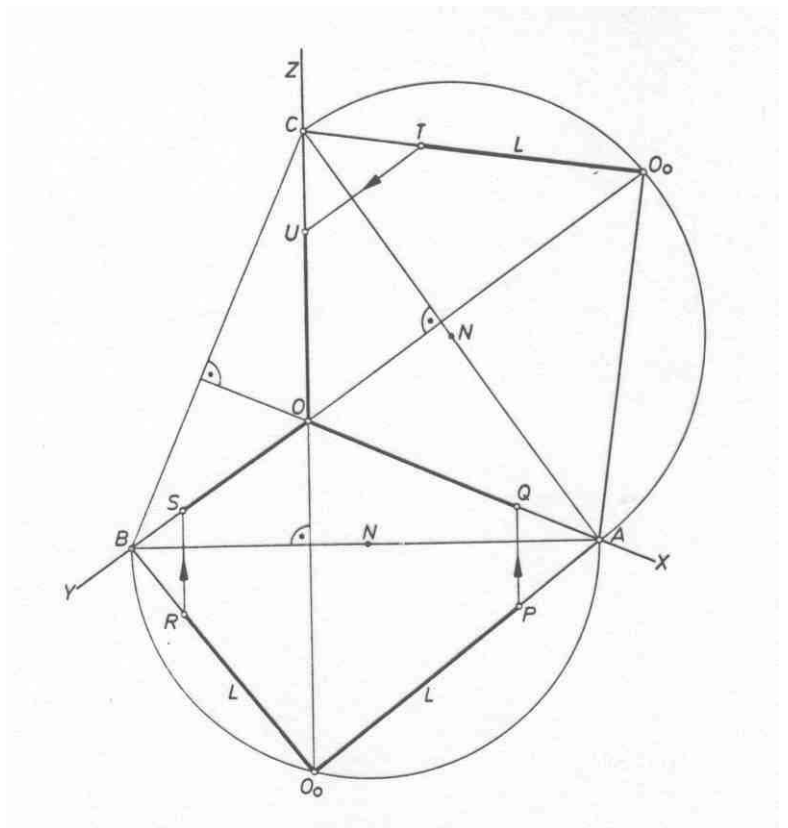
g) Sobre los nuevos segmentos y desde el punto de corte con el arco llevo las medidas reales correspondientes a cada eje y proyecto sobre el eje correspondiente obteniendo así la reducción sobre cada eje.

EXPRESIÓN GRÁFICA.



Obtención gráfica de la reducción en los ejes para isometrías.

Obtención gráfica de la reducción en los ejes para Dimetrías y Trimetrías



4. SISTEMA ISOMETRICO.

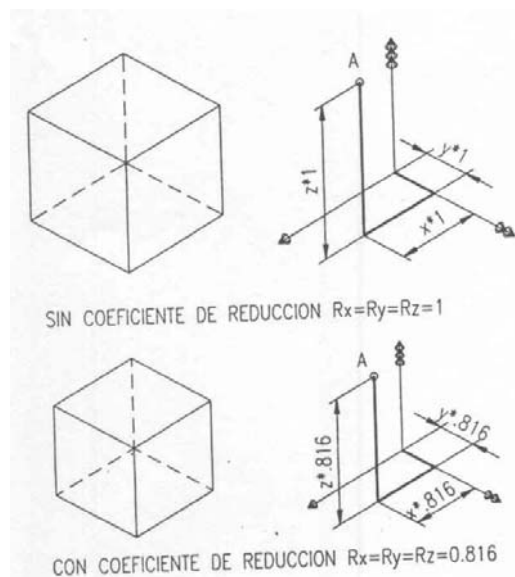
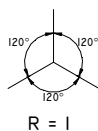
Como ya se ha dicho el sistema axonométrico isométrico tiene un único valor para los ángulos de proyección de los ejes y por lo tanto un único valor para los coeficientes de reducción. Esto hace que el trazado sea mas sencillo y que de una mayor sensación de homogeneidad en las dimensiones del objeto que se representa.

El principio del sistema axonométrico es obtener la proyección directa o real de un punto, a partir de sus coordenadas y del conocimiento de los ángulos entre los ejes proyectados y los coeficientes de reducción.

Al aplicar el coeficiente de reducción lo que se obtiene es la proyección directa, la que realmente tiene el objeto. El no aplicar el coeficiente de reducción en el sistema isométrico, como los tres coeficientes son iguales equivale a obtener una proyección real ligeramente aumentada, se toma $R_x = R_y = R_z = 1$. o lo que es lo mismo equivale a un aumento de escala en la perspectiva real. El valor de esta escala equivale a multiplicar las dimensiones de la perspectiva real por el inverso del coeficiente de reducción.

$$R = 0.816 \quad 1/R = 1.224.$$

Cuando no se aplica coeficiente de reducción hay que indicarlo mediante el simbolo correspondiente.



5. TRAZADO DE ISOMETRIAS.

La **axonometría** es el traspaso de coordenadas respecto a un sistema de ejes coordenados entre las vistas diédricas de una pieza y la proyección en perspectiva de la pieza.

Una **isometría** es una axonometría de coeficientes de reducción iguales en los tres ejes y ángulos entre proyección de los ejes iguales a 120° .

Líneas isométricas son las líneas del dibujo isométrico que se hallan situadas sobre los ejes o paralelas a ellos. Las verdaderas dimensiones solamente se pueden obtener sobre estas líneas, siendo esta particularidad una de las principales ventajas de este sistema.

Líneas no isométricas son líneas oblicuas sobre las que no se pueden medir verdaderas magnitudes, no son paralelas a los ejes, ni se encuentran sobre los mismos.

Para trazar una isometría, se trabaja lo mismo que en axonometría, pero teniendo en cuenta que los ángulos de las proyecciones de los ejes son iguales entre sí.

1º- Se parte de las vistas diédricas en el sistema bien europeo, bien americano.

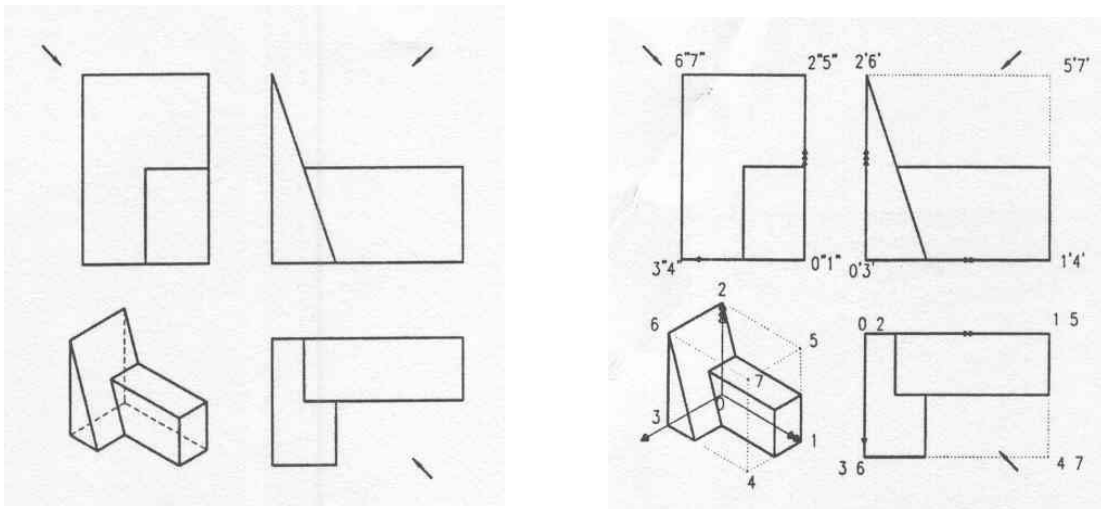
2º- De estas vistas se obtienen las coordenadas respecto a un sistema de ejes coordenados.

3º- La selección del sistema de ejes se hará teniendo en cuenta que tendrán que ser perpendiculares a los planos de proyección de las vistas principales.

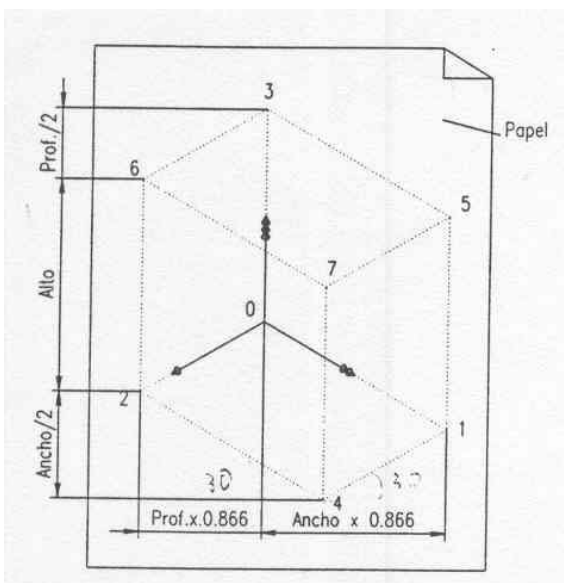
4º- Un eje irá en la dirección de la altura de la pieza, otro en la dirección de la anchura y el otro en dirección de la profundidad.

EXPRESIÓN GRÁFICA.

5º- Trazamos el paralelepípedo envolvente de la pieza, esto nos da los valores totales de las tres dimensiones principales de la pieza .



6º- Centramos la pieza en el papel o plano de trabajo, para lo que hacemos coincidir un vértice del paralelepípedo envolvente de la pieza con el origen de los ejes, y lo colocamos sobre el plano de trabajo de forma que el dibujo no se salga del papel.



7º- Hay que tener en cuenta la escala a la que se pretende realizar la isometría.

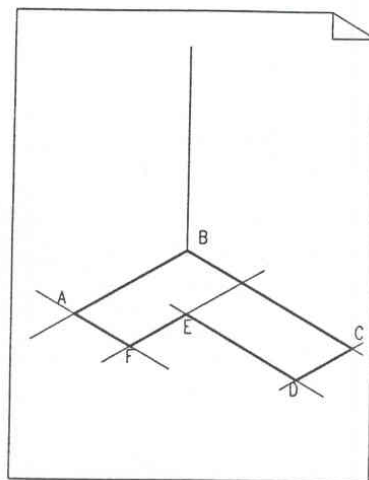
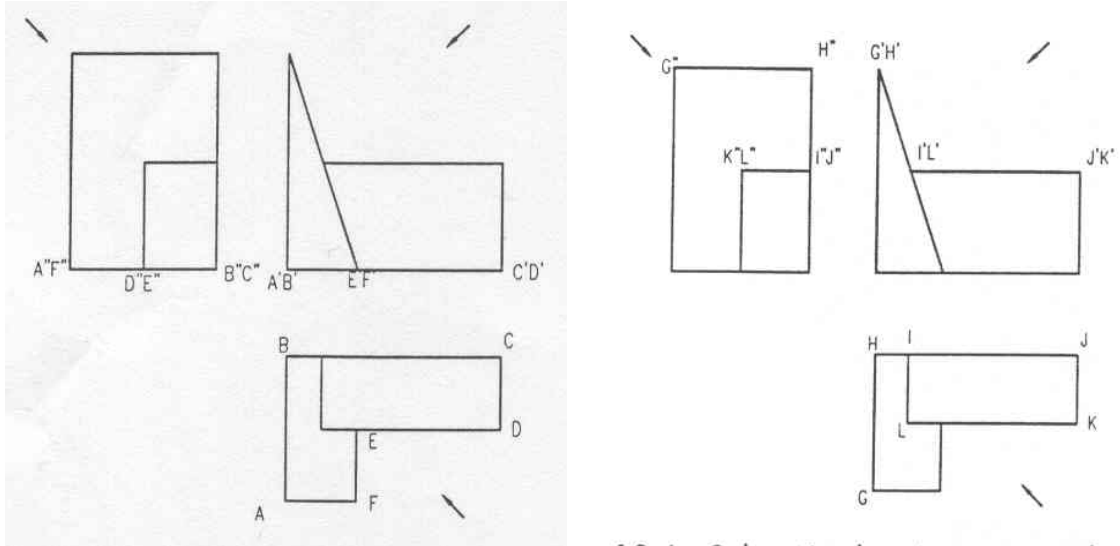
8º- Para colocar los ejes se tendrá presente que: a) las aristas y líneas verticales (altura) permanecen verticales
b) las aristas horizontales (ancho y largo) forman 30° con el plano de dibujo.

9º- Se elige una de las vistas para empezar a trabajar y se numeran los puntos siguiendo un criterio lógico, estos puntos deben estar sobre rectas paralelas a los ejes que determinan la vista.

10º- Se localizan estos mismos puntos en las otras vistas y se llevan al dibujo siguiendo direcciones paralelas a los ejes.

EXPRESIÓN GRÁFICA.

11º- Se tendrá en cuenta la escala a la que se realiza la perspectiva y el coeficiente de reducción correspondiente al eje paralelo a la recta que estamos trazando.

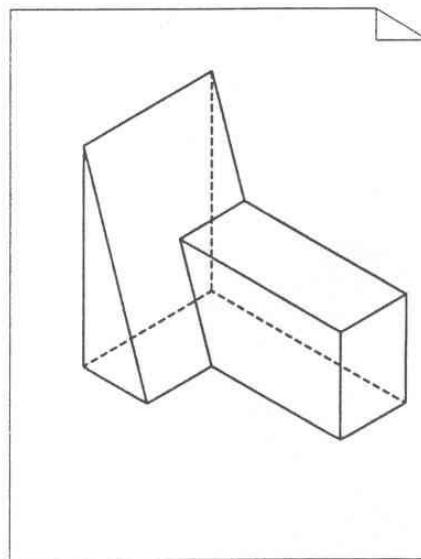
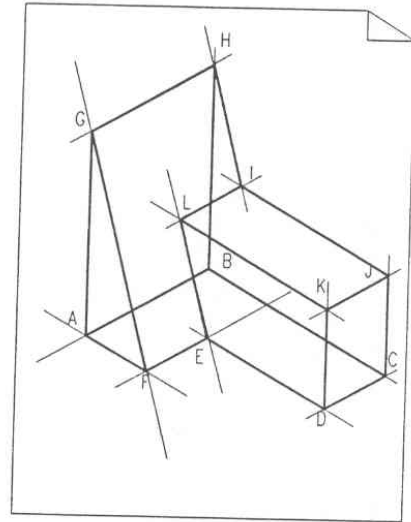
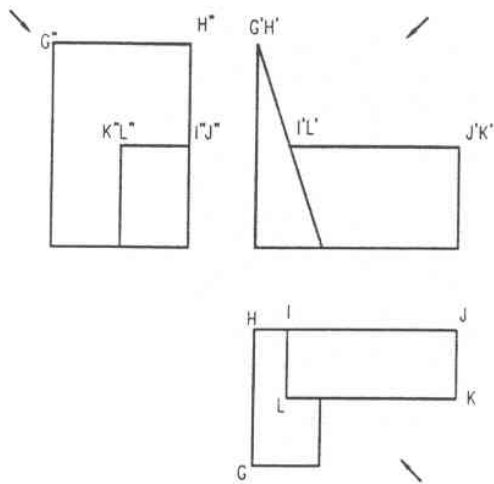


12º- Seleccionamos más puntos de las vistas, teniendo en cuenta que si los puntos no están unidos por rectas paralelas a los ejes estos puntos no podemos trasladarlos directamente a la perspectiva. hay que recordar que las rectas que en las vistas no son paralelas a las direcciones de los ejes tampoco lo serán en la perspectiva.

13º- Cuando ocurra lo anterior se pueden llevar las coordenadas del punto a partir de otro punto conocido y situado, o bien aprovechar que los paralelismos se conservan en las axonometrías.

EXPRESIÓN GRÁFICA.

14º- Finalmente se definen las líneas vistas y las ocultas.



6. PERSPECTIVA ISOMETRICA DE LA CIRCUNFERENCIA.

6.1 ISOMETRICO SIN REDUCCION.

Vamos a ver las circunferencias que están en planos paralelos a los planos principales o coordenados.

1º- Para este estudio partimos de las tres vistas de un cubo que tiene sobre cada una de sus caras una circunferencia inscrita. Con esto si L es el valor de la arista del cubo también lo será del diámetro de dichas circunferencias.

2º- A, P,D, son los centros de las circunferencias inscritas en el alzado, la planta y la vista derecha.

3º- Numeramos los puntos de tangencias de esas circunferencias que lógicamente coincidirán con los extremos de los diámetros perpendiculares a los respectivos lados de los cuadrados.

4º- Trazamos los diámetros que forman 45° con los anteriores y numeramos con números romanos sus extremos. estos diámetros se convertirán en la perspectiva en los extremos de los ejes isométricos.

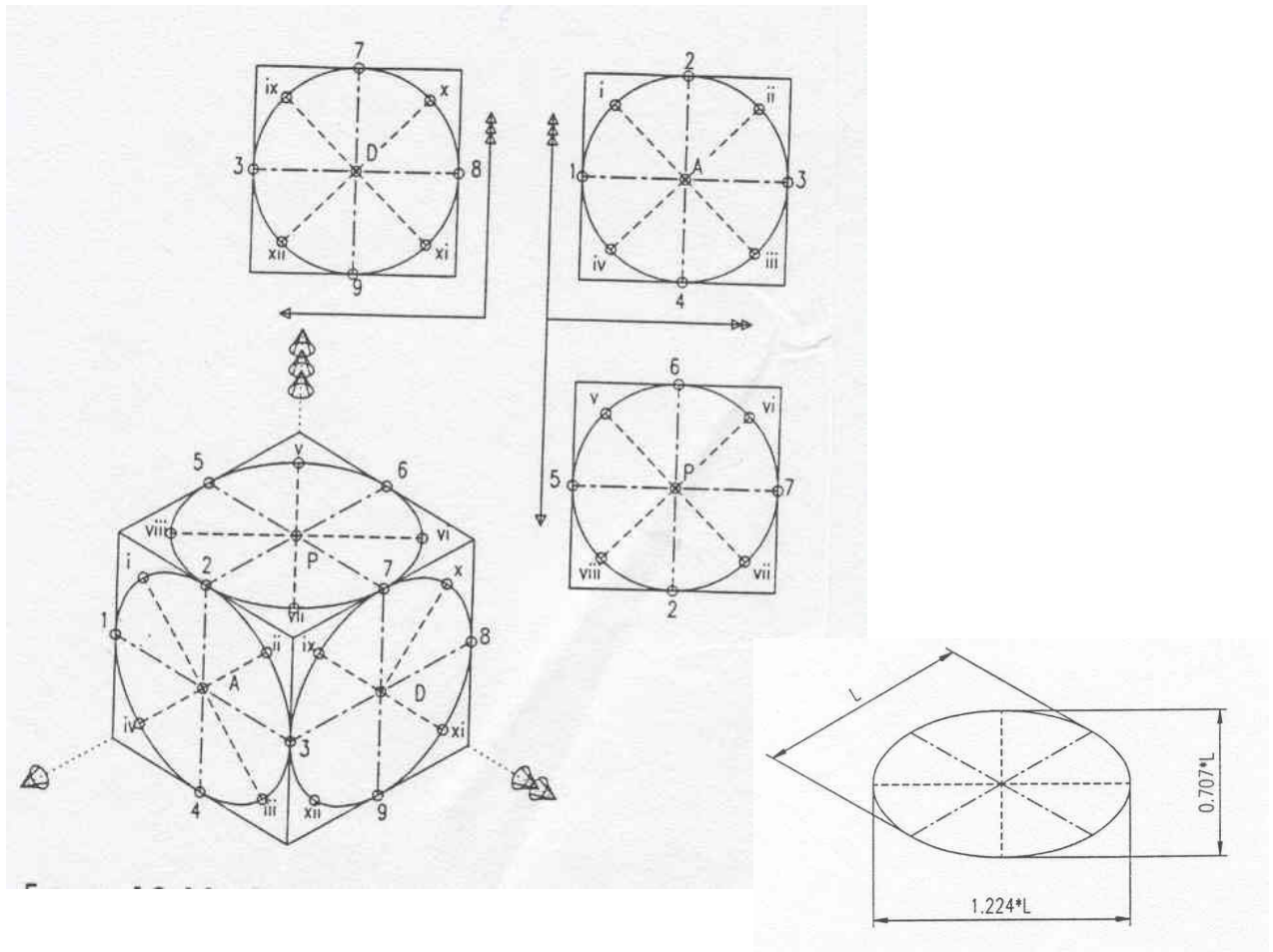
Vamos a trazar la isometría tal y como se explico anteriormente obteniendo que:

1º- Los cuadrados se han transformado en rombos de lado L .

2º- Las circunferencias inscritas en los cuadrados se han transformado en elipses inscritas en los rombos, siendo tangentes a los mismos en los puntos definidos en el paso 3 anterior.

EXPRESIÓN GRÁFICA.

3º- Lo que en las vistas diédricas eran diámetros perpendiculares de las circunferencias se transforman ahora en diámetros conjugados de las elipses en la perspectiva.



4º- Al no utilizarse coeficiente de reducción el valor de los diámetros conjugados que son paralelos a los ejes coordenados, es L igual que le diámetro de las circunferencias en las vistas.

Podemos determinar que si el valor del diámetro conjugado es L, el eje mayor de la elipse vale $1,224 \times L$ y el eje menor vale $0,707 \times L$, siendo la excentricidad o cociente entre ambos 1.732.

6.2 TRAZADO ISOMETRICO DE CIRCUNFERENCIAS.

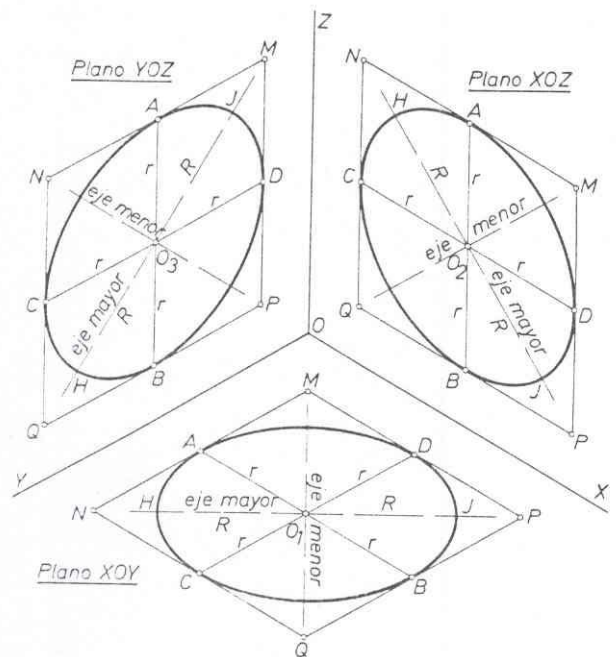
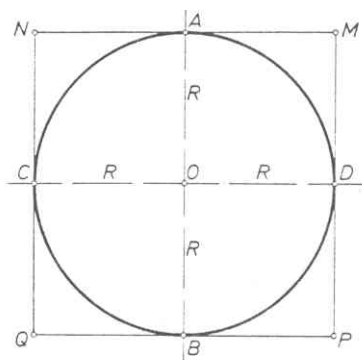
Vamos a partir de una circunferencia de radio R inscrita en un cuadrado de lado $2R$.

1º- Colocamos los lados del cuadrado paralelos a los dos ejes que definen el plano sobre el que está la circunferencia, cada uno de los lados estará afectado por el coeficiente de reducción correspondiente.

2º- Por el punto medio de los lados, trazamos los correspondientes diámetros que estarán reducidos al estarlo los lados.

3º- Pasamos ahora a trazar la elipse correspondiente a la proyección isométrica de la circunferencia, la forma de trazar una elipse ya la conocemos, pero tendremos en cuenta lo siguiente:

- Tanto el eje mayor como el eje menor estarán sobre las diagonales del rombo, que se obtiene al trazar la perspectiva del cuadrado.
- El eje menor estará en la dirección del eje que no define al plano.
- El eje mayor estará sobre la perpendicular al eje que no define al plano.
- El valor del eje mayor cuando utilizamos coeficientes de reducción será igual a $2R$, siendo R el valor del radio sin reducción y el eje menor el calculado según la reducción en la escala gráfica.

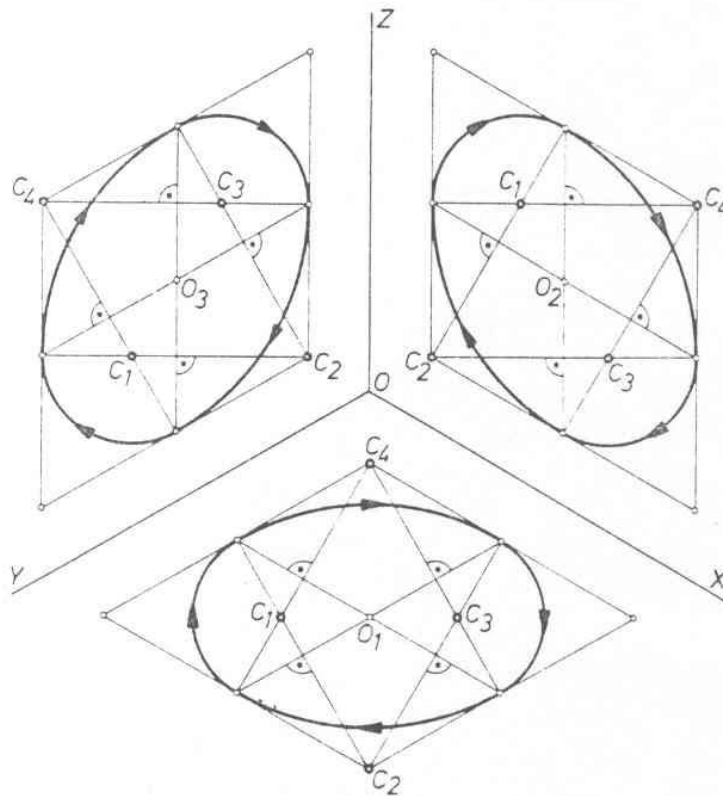


EXPRESIÓN GRÁFICA.

Se ha dicho que en una proyección isométrica se puede sustituir la elipse por un ovalo.

Un trazado rápido de este ovalo será, partiendo de los mismos datos que en el caso anterior:

- 1º Igual que para la elipse.
- 2º Lo mismo que la elipse.
- 3º Los ejes mayor y menor estarán en las mismas direcciones que en el caso de la elipse.
- 4º Con centro en los vértices de la diagonal que contiene al eje menor y radio los puntos de tangencia de los radios con los lados opuestos a cada vértice, trazamos los arcos correspondientes (de punto de tangencia a punto de tangencia).
- 5º Unimos los vértices con los puntos de tangencia de sus respectivos arcos.
- 6º Los segmentos obtenidos en 5º se cortan dos a dos sobre la diagonal que contiene al eje mayor.
- 7º Con centro los puntos de corte obtenidos en el apartado anterior y radio los puntos de tangencia mas cercanos trazamos los arcos que cierran el ovalo.



EXPRESIÓN GRÁFICA.

Hay que tener en cuenta que la figura que resulta es un poco mas achatada que la elipse a la que sustituye.

6.3 TRAZADO ISOMETRICO DE CILINDROS.

Para cerrar las figuras con proyección de circunferencias unimos los puntos extremos de los ejes mayores.